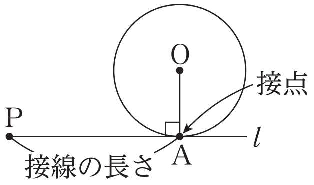
PART2 円と接線

要点① 円の接線と接線の長さ

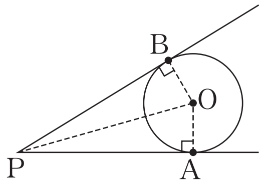
円Oの円周上の点Aを通る直線 l について，次のことが成り立つ。

直線 l(円Oの接線) $\Longleftrightarrow$ OA　l



このとき，点Aは円Oと直線 l の接点である。

また，円外の1点から円に接線を引いたとき，その点から接点までの距離を「　　　　　　」という。



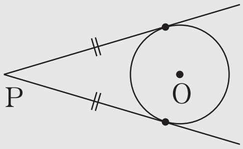
右図のように，円外の1点から円Oに対して2本の接線を引くことができる。このとき，△PAO≡△PBOであるから，PA＝PBである。

円の接線の長さについて，次のことが成り立つ。

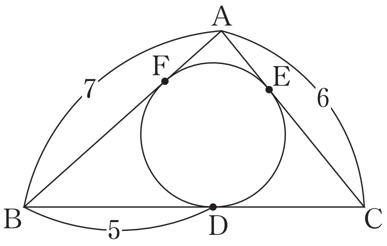
接線の長さ

円外の1点からその円に引いた2本の接線について

2つの接線の長さは等しい。



例 右の図において，D，E，Fは△ABCとその内接円の接点である。このとき，CDの長さを求める。



BF＝　　＝5

AF＝AB−BF＝7−5＝2

AE＝　　＝2

CE＝AC−AE＝6−2＝4

よって CD＝　　＝4

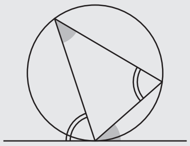
要点② 接線と弦の作る角の定理

円の接線と弦の作る角について，次のことが成り立つ。

接線と弦の作る角の定理

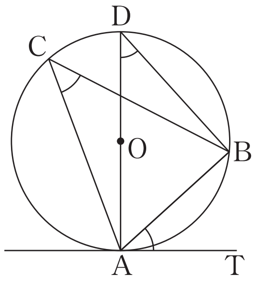
円の接線とその接点を通る弦の作る角は，

その角の内部にある弧に対する円周角に等しい。



（証明）

右図において，∠BAT が鋭角の場合を考える。



直径 AD を引くと，∠DAT＝　　であるから

∠BAT＝90°－∠BAD

また，AD は直径より ∠ABD＝　　であるから

∠ADB＝180°－∠ABD－∠BAD

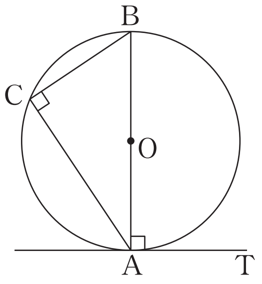
＝180°－90°－∠BAD

＝90°－∠BAD

よって ∠BAT＝∠ADB

同じ弧に対する円周角は等しいから ∠ADB＝∠ACB

したがって ∠BAT＝∠ACB



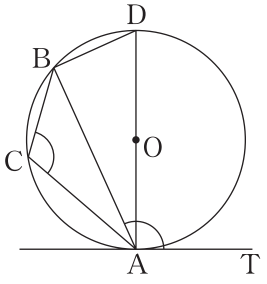
∠BAT が直角の場合について

∠BAT＝90°

AB は直径より ∠ACB＝90°

よって ∠BAT＝∠ACB

∠BAT が鈍角の場合について



直径 AD を引くと，∠DAT＝90° であるから

∠BAT＝90°＋∠BAD

また，AD は直径より ∠ABD＝90° であるから

∠ADB＝180°－∠ABD－∠BAD

＝180°－90°－∠BAD

＝90°－∠BAD

円に内接する四角形の性質より

∠ACB＝

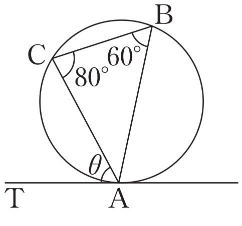
＝180°－(90°－∠BAD)

＝90°＋∠BAD

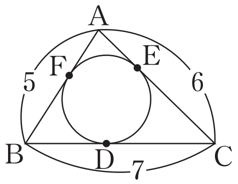
よって ∠BAT＝∠ACB

例 右の図において，直線 AT は円 O の接線，点 A は接点であるとき

θ＝

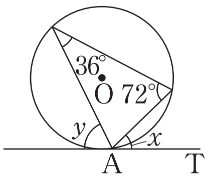


2 (1) 右図のように，円が △ABC の各辺に接していて D，E，F は接点である。AB＝5，BC＝7，CA＝6 のとき，AF の長さを求めよ。

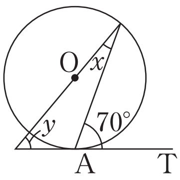


(2) 下の図において，直線 AT は円 O の接線，点 A は接点である。x，y を求めよ。

(i)



(ii)



Point Pickup

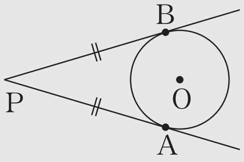
接線の長さ

右図において PA＝PB

・ある円に 2 本 (以上) の接線が引いてあるとき

・円が内接している三角形の辺の長さを求めるとき

に利用。

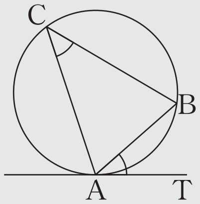


接線と弦の作る角の定理(接弦定理)

右図において ∠BAT＝∠ACB

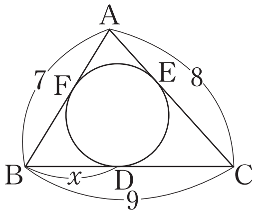
円の接線と，その接点を 1 つの頂点とする

三角形があるときに利用。



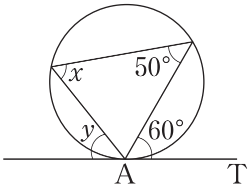
第 8 講　PART2 確認問題

1　次の図で，点 D，E，F は内接円の接点である。



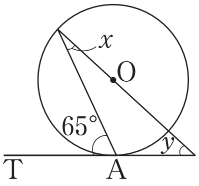
このとき，$x=$ ア である。

2　次の図で，AT は円の接線で，A はその接点である。



このとき，$x=$ イウ °，$y=$ エオ ° である。

3　次の図で，AT は円の接線で，A はその接点である。

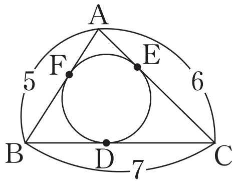


O は円の中心

このとき，$x=$ カキ °，$y=$ クケ ° である。

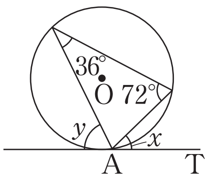
PART2 円と接線

2 (1) 右図のように，円が △ABC の各辺に接していて D，E，F は接点である。AB＝5，BC＝7，CA＝6 のとき，AF の長さを求めよ。

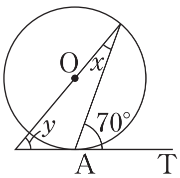


(2) 下の図において，直線 AT は円 O の接線，点 A は接点である。x，y を求めよ。

(i)



(ii)



[解答]

(1) AF＝AE＝x とおくと

BF＝BD＝$5-x$，CE＝CD＝$6-x$

BD＋CD＝BC より $(5-x)+(6-x)=7$　　$x=2$

よって AF＝2

(2)(i) $x=36°$，$y=72°$

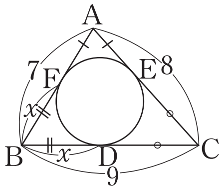
(ii) $x=180°-90°-70°=20°$，$y=70°-x=70°-20°=50°$

第 8 講　PART2 確認問題 解答

1

[正解] ア：4

[解説]



[A]

$\mathrm{BF}=\mathrm{BD}=x$

$\mathrm{AE}=\mathrm{AF}=7-x$

$\mathrm{CE}=\mathrm{CD}=9-x$

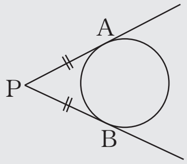
$\mathrm{AC}=\mathrm{AE}+\mathrm{CE}$ より，

$(7-x)+(9-x)=8$

$16-2x=8$

$x=4$

[A]　接線の長さ



円外の１点からその円に引いた２本の接線について，２つの接線の長さは等しい。

$\mathrm{PA}=\mathrm{PB}$

2

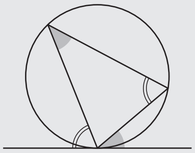
[正解] イウ：60，エオ：50

[解説]

接線と弦のつくる角の定理から，[B]

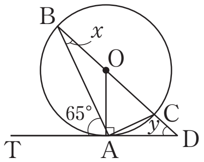
$\angle x=60^\circ$，$\angle y=50^\circ$

[B]　接線と弦の作る角の定理
円の接線とその接点を通る弦の作る角は，その角の内部にある弧に対する円周角に等しい。



3 **[正解]** カキ：25，クケ：40

[解説]



[C]

線分 OA を引くと，

$OA \perp TD$ [C]

△OAB において，OA＝OB であるから，

$x = \angle OAB$

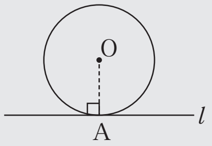
$= 90° - 65° = \mathbf{25}°$

△ABD の内角と外角の関係から，[D]

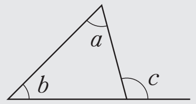
$25° + y = 65°$

$y = \mathbf{40}°$

[C]　円 O の接線 l は $OA \perp l$ が成り立つ。



[D]　三角形の内角と外角の関係



$a + b = c$